Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Dr. Florian Litzinger

Proseminar und Seminar zur Differentialgeometrie

Sommersemester 2026

Thema: Differentialformen und ihre Anwendungen.
Zielgruppe: Studierende in den Studiengängen Mathematik, Mathematikingenieurwesen und Lehramt Mathematik.
Voraussetzungen: Analysis, Lineare Algebra.
Anmeldung: Bis 31. Januar 2026 per e-mail, unter Angabe des Studiengangs und etwaiger Vorkenntnisse. Vorbesprechung und Themenvergabe für die angemeldeten Teilnehmenden an einem Termin innerhalb der vorlesungsfreien Zeit.

Inhalt

In diesem kombinierten Proseminar und Seminar (nachfolgend „Seminar“ genannt) soll eine Einführung in die Theorie der Differentialformen sowie in einige ihrer Anwendungen in Analysis, Geometrie und Physik gegeben werden.

Differentialformen sind ein wichtiges Werkzeug der modernen Analysis, mit dem sich Ableitungs- und Integrationsprozesse in in allgemeiner und einheitlicher Weise beschreiben lassen. Sie verallgemeinern klassische Begriffe wie Funktionen, Vektorfelder und Integrale, indem sie Informationen über das Integrieren entlang von Kurven, Flächen oder höherdimensionalen Teilmengen erfassen. Ein wesentliches Merkmal ist ihre koordinatenunabhängige Definition, die eine intrinsische Beschreibung mathematischer Strukturen ermöglicht.

In der Analysis und der Differentialgeometrie erlauben Differentialformen eine klare Darstellung grundlegender Zusammenhänge zwischen Ableitung und Integration. Zahlreiche klassische Integralsätze der mehrdimensionalen Analysis lassen sich als Spezialfälle eines allgemeinen Prinzips auffassen, das den Zusammenhang zwischen lokalen Ableitungsinformationen und globalen Integralwerten beschreibt. Diese einheitliche Sichtweise erleichtert die Übertragung bekannter Resultate auf allgemeinere, insbesondere gekrümmte Räume.

Auch in der mathematischen Physik besitzen Differentialformen eine große Bedeutung. Physikalische Gesetze lassen sich mit ihrer Hilfe invariant und übersichtlich formulieren, wodurch geometrische Strukturen, Symmetrien und Erhaltungsprinzipien deutlich hervortreten. Differentialformen stellen damit ein verbindendes Element von Analysis, Geometrie und Physik dar.

Formalia

Relevant für den Erwerb des Seminarscheins sind, neben der Teilnahme an sämtlichen Seminarsitzungen, ein Vortrag von 90 Minuten Länge sowie eine etwa zweiseitige Zusammenfassung der wichtigsten Inhalte des Vortrags. Die gesammelten Zusammenfassungen werden am Ende des Seminars allen Teilnehmenden zu Verfügung gestellt. Außerdem sollte jedem Vortrag mindestens eine Besprechung der Inhalte des Vortrags im Rahmen einer Sprechstunde vorhergehen.

Vorausgesetzt werden Kenntnisse in der Differential- und Integralrechnung in mehreren Variablen sowie über Vektorräume, etwa im Umfang der Vorlesungen *Analysis II* und *Lineare Algebra*. Weiterhin benötigen wir an einzelnen Stellen Wissen über Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen gewöhnlicher Differentialgleichungen, welches üblicherweise ebenfalls in der Einführung in die Analysis behandelt wird. Freilich werden Themen, die dem Seminarteil zuzuordnen sind, mehr Routine im Umgang mit mathematischer Argumentation bedürfen, als es die Themen des Proseminarteils tun. Da die Teilnehmendenzahl naturgemäß begrenzt ist, wird gegebenenfalls eine Auswahl der Anmeldungen getroffen werden müssen, um eine sinnhafte Verteilung des Niveaus der Vortragsthemen zu ermöglichen.

Es ist der Anschauung zuträglich, jedoch für die Teilnahme nicht erforderlich, zuvor eine der Vorlesungen *Differentialgeometrie* oder *Elementare Differentialgeometrie* besucht zu haben. Da wir einen etwas anderen als den in diesen Veranstaltungen zumeist gewählten Zugang zur Differentialgeometrie verfolgen, gibt es nur wenige Überschneidungen.

Im Anschluss sind Abschlussarbeiten zu einem geeigneten Thema im Bereich der Differentialgeometrie oder Analysis denkbar.

Sämtliche Literatur ist als e-book über die Universitätsbibliothek verfügbar. Wir werden hauptsächlich das Buch von Agricola und Friedrich [1] nutzen und ergänzend das Werk von do Carmo [2] hinzuziehen. Einen Ausblick auf fortgeschrittenere Themen in diesem Gebiet, die wir im Rahmen des Seminars jedoch nicht behandeln werden, bieten die Bücher von Clelland [3] und Ivey und Landsberg [4].

Themenkomplexe

Die Auswahl der Themen, die wir im Seminar untersuchen werden, richtet sich nach Anzahl und Interesse der Teilnehmenden.

1. Differentialformen im $\mathbb{R}^n$: Multilineare Algebra, Grundbegriffe, Integration von Differentialformen, Satz von Stokes.

2. Differenzierbare Mannigfaltigkeiten: Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$, Differentialformen auf Mannigfaltigkeiten, Poincaré-Lemma, Integralsätze.

3. Differentialgeometrie von Flächen: Pfaff'sche Systeme, Satz von Frobenius, Strukturgleichungen, Fundamentalsatz der Flächentheorie, Krümmung, Satz von Gauß–Bonnet.

4. Anwendungen in der Physik: Mechanik, Thermodynamik, Elektrodynamik.

Literatur

[1] I. Agricola und T. Friedrich. *Vektoranalysis: Differentialformen in Analysis, Geometrie und Physik*. 2. Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2010. DOI: 10.1007/978-3-8348-9672-8.

[2] M. P. do Carmo. *Differential Forms and Applications*. Universitext. Berlin: Springer-Verlag, 1994. DOI: 10.1007/978-3-642-57951-6.

[3] J. N. Clelland. *From Frenet to Cartan: The Method of Moving Frames*. Graduate Studies in Mathematics 178. Providence, RI: American Mathematical Society, 2017. DOI: 10.1090/gsm/178.

[4] T. Ivey und J. Landsberg. *Cartan for Beginners: Differential Geometry via Moving Frames and Exterior Differential Systems*. Second Edition. Graduate Studies in Mathematics 175. Providence, RI: American Mathematical Society, 2016. DOI: 10.1090/gsm/175.