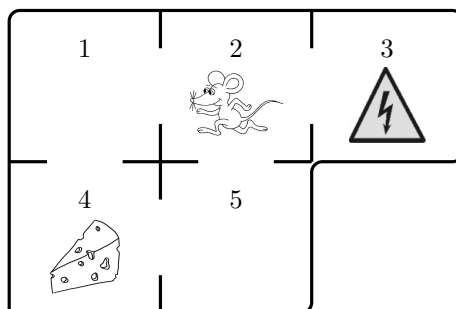


Stochastische Prozesse

Um Ihnen einen Eindruck von dieser Vorlesung zu geben, finden Sie untenstehend eine Übungsaufgabe aus dem letzten Jahr:

Aufgabe 1



Eine Maus wird in ein Labyrinth aus fünf Räumen gesetzt, vgl. Skizze. Sie startet in Raum 2 und bewegt sich zufällig durch das Labyrinth, wobei sie in jedem Schritt zufällig den Raum wechselt. Wenn sich die Maus in einem Raum befindet, sind für alle angrenzenden Räume die Wahrscheinlichkeiten, dass sie diesen Raum als nächstes betritt, identisch, und hängen nicht von den vorher besuchten Räumen ab. In Raum 4 wartet ein Stück Käse. In Raum 3 erhält die Maus einen (kleinen) Elektroschock. Nach dem Finden des Käses bzw. dem Elektroschock bewegt sich die Maus normal weiter im Labyrinth.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Maus den Käse findet, bevor sie einen Elektroschock erhält.

Für eine systematische Herangehensweise an diese Aufgabe würde man den Raum, in dem die Maus sich nach n Schritten befindet, als eine Zufallsvariable X_n modellieren. Im Gegensatz zu den üblichen Annahmen aus der Einführung in die Stochastik sind die Zufallsvariablen X_1, X_2, \dots aber nicht stochastisch unabhängig! Sie bilden einen stochastischen Prozess.

Das Beispiel mit der Maus können wir als einen stochastischen Prozess modellieren, den man als Markov-Kette bezeichnet. In der Vorlesung werden wir uns ausführlich mit Markov-Ketten beschäftigen, sowie außerdem mit Poisson-Prozessen. In beiden Fällen interessiert uns u.a. das langfristige Verhalten der Prozesse. Z.B. können wir die Frage beantworten, welchen Anteil der Zeit die Maus im Raum mit dem Käse verbringt, wenn die Zeit, die sie durch das Labyrinth läuft, gegen unendlich geht. Für solche Grenzwertaussagen entwickeln wir nach und nach immer anspruchsvollere und zum Teil sehr elegante Werkzeuge aus der Stochastik.

Zielgruppe: Studierende im B.Sc. Mathematik (auch: M.Sc. Mathematik, im Rahmen der 30CP-Regel für Bachelor-Module), B.Sc. Statistik & Datenanalyse, M.Sc. Statistik, M.Sc. Lehramt an Gymnasien, Sekundarschulen und berufsbildenden Schulen mit Fach Mathematik, B.Sc. Lehramt an berufsbildenden Schulen mit Fach Mathematik

Voraussetzungen: Benötigte Vorkenntnisse: Sichere Kenntnisse im Rahmen der Einführung in die Stochastik, sowie der Grundvorlesungen zu Analysis und lineare Algebra (jeweils für Lehramt oder Fachstudierende). Aus der Stochastik sind dabei insbesondere auch fortgeschrittene Themen zu Zufallsvariablen, σ -Algebren, stetigen Verteilungen und Grenzwertsätzen relevant.

Veranstaltungsform: 4 SWS, wobei wir jeweils 45 Minuten pro Woche für das gemeinsame Bearbeiten von Präsenzaufgaben nutzen.

Prüfungsform: Mündliche Prüfung.

Weiterführende und verwandte Veranstaltungen: Die stochastischen Prozesse sind eine gute Vorbereitung auf die fortgeschrittene Veranstaltung “Zeitreihenanalyse”. Außerdem biete ich Abschlussarbeiten im Bereich der stochastischen Prozesse an. Im SoSe 25 wird von Frau Prof. Dr. Ursula Müller-Harknett auch ein (Pro-)Seminar zum Thema “Stochastische Prozesse” angeboten. Ein paralleler Besuch des Seminars und dieser Vorlesung ist möglich.