

Übungsblatt 1

12. Oktober, 2022
Besprechung in KW 42

Aufgabe 1

Beweisen Sie folgenden Satz aus der Vorlesung:

Satz 1.9. Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum (d.h. Ω ist höchstens abzählbar unendlich) mit $A, B \subseteq \Omega$. Dann gilt:

1. $P(\Omega \setminus A) = 1 - P(A)$.
2. $P(\{\}) = 0$.
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
4. Wenn $A \subseteq B$, dann gilt $P(A) \leq P(B)$.

Aufgabe 2

Modellieren Sie den doppelten Würfelwurf aus Beispiel 1.5. in der Vorlesung als Laplace-Experiment. Definieren Sie hierzu den Ereignisraum Ω und beschreiben Sie die möglichen Ereignisse.

Aufgabe 3

Betrachten Sie n Münzwürfe hintereinander mit einer fairen Münze. Wir zählen die Anzahl der Münzwürfe bei denen die Münzseite mit Kopf nach oben zeigt. Als Ereignisraum definieren wir $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n\}$.

1. Geben Sie an, ob es sich bei dieser Modellierung um ein Laplace-Experiment handelt und begründen Sie Ihre Antwort.
2. Modellieren Sie das beschriebene Zufallsexperiment als Laplace-Experiment und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze m -mal Kopf zeigt.

Aufgabe 4

In einem endlichen Ω -Raum (Ω, P) seien A und B Ereignisse mit $P(A) \geq 0.99$ und $P(B) \geq 0.97$. Zeigen Sie $P(A \cap B) \geq 0.96$.

Aufgabe 5

Konstruieren Sie einen endlichen W -Raum (Ω, P) , in dem es verschiedene Ereignisse A und B positiver Wahrscheinlichkeit mit der Eigenschaft

$$P(A \cap B) \geq 9 \cdot P(A)P(B)$$

gibt. Kann die Zahl 9 durch 99 oder eine noch größere Zahl ersetzt werden?