

Übungsblatt 12

13. Januar 2023

Besprechung Kalenderwoche 3

Aufgabe 1

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen durch Separation der Variablen:

(a) $x + xy + y'(y + xy) = 0$

(b) $\dot{r}\varphi^2 + r - 4 = 0$ mit $\dot{r} = \frac{dr}{d\varphi}$

Aufgabe 2

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen durch Separation der Variablen:

(a) $y'\sqrt{x^2 + 4} = y$

(b) $2st\frac{ds}{dt} = 1 + t^2$

(c) $\varphi^2\frac{d\varphi}{dr} + r = 4$

Aufgabe 3

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$x^2y' + y = x^3y$$

mit der Anfangsbedingung $y(1) = 1$.

- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung mithilfe der Trennung der Variablen.
- Lösen Sie das Anfangswertproblem.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Differentialgleichung $t\frac{ds}{dt} = ts^2 - 4(ts)^2$.

- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.
- Lösen Sie das Anfangswertproblem dieser Differentialgleichung mit $s(1) = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass die Graphen der beiden Funktionen

$f_{1/2} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_1(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ und $f_2(x) = \sin(\frac{3\pi}{4} - x)$ durch

den Punkt $P = (\frac{\pi}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$ gehen und sowohl $f_1(x)$ als auch $f_2(x)$ der Gleichung $(y')^2 + y^2 = 1$ genügen.

Die folgende Aufgabe ist eine **Hausaufgabe**, die bis zum 26. Januar 2023 über moodle abgegeben werden kann. Schreiben Sie Ihren **Namen** und ihre **Übungsgruppe** auf Ihre Lösungen.

Aufgabe H8 (Hausaufgabe zur Abgabe, 2 Punkte)

Gegeben seien $c \in \mathbb{R}$ und die Funktionen (Parabeln) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = y = cx^2$.

- (a) Zeichnen Sie die Parabeln für $c = 0, c = \pm 1, c = \pm 2$.
- (b) Stellen Sie die Differentialgleichung auf, deren Lösung die Schar der Parabeln $f(x) = y$ ist.